Murdvõrrandi abil lahenduvad tekstülesanded

1. Kahe linna vaheline kaugus on 210 *km*. Auto, mille kiirus on 20 *km/h* võrra suurem kui bussil, jõuab ühest linnast teise 40 minutit varem kui buss. Leidke bussi sõidu aeg.

	Teepikkus (*km*)	Kiirus (*km/h*)	Aeg (*h*)
Auto	210	x + 20	$\frac{210}{x+20}$
Buss	210	x	$\frac{210}{x}$

$40\ \text{min} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}\ (h)$

$$\frac{210}{x} - \frac{210}{x+20} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{210}{x} - \frac{210}{x+20} - \frac{2}{3} = 0$$

$$\frac{630x + 12600 - 630x - 2x^2 - 40x}{3x(x+20)} = 0$$

$$\begin{cases} 630x + 12600 - 630x - 2x^2 - 40x = 0 \\ 3x(x+20) \neq 0 \quad \Rightarrow x \neq 0 \wedge x \neq -20 \end{cases}$$

$$630x + 12600 - 630x - 2x^2 - 40x = 0$$

$$-2x^2 - 40x + 12600 = 0 \quad \big| : (-2)$$

$$x^2 + 20x - 6300 = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -10 \pm \sqrt{100 + 6300} = -10 \pm \sqrt{6400} = -10 \pm 80$$

$x_1 = -10 - 80 = -90$ (*ei sobi*);

$x_2 = -10 + 80 = 70.$

Kontroll:

	Teepikkus (*km*)	Kiirus (*km/h*)	Aeg (*h*)
Auto	210	$70 + 20 = 90$	$\frac{210}{90} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$
Buss	210	70	$\frac{210}{70} = 3$

$3 - 2\frac{1}{3} = \frac{2}{3}\ (h) = \frac{2}{3} \cdot 60 = 40\ (\text{min}).$

Vastus: Buss sõitis 3 tundi.

2. Kahe sadama kaugus mööda jõge on 60 *km*. Paadil kulub edasi-tagasi sõiduks 5 tundi ja 30 minutit. Leidke paadi kiirus seisvas vees, kui jõe voolu kiirus on 2 *km/h*.

	Teepikkus (*km*)	Kiirus (*km/h*)	Aeg (*h*)
Vastuvoolu	60	$x-2$	$\frac{60}{x-2}$
Pärivoolu	60	$x+2$	$\frac{60}{x+2}$

$5h30\min = 5\frac{30}{60} = \frac{11}{2}\,(h)$

$$\frac{60}{x-2}+\frac{60}{x+2}=\frac{11}{2}$$

$$\frac{60}{x-2}+\frac{60}{x+2}-\frac{11}{2}=0$$

$$\frac{120x+240+120x-240-11x^2+44}{2(x-2)(x+2)}=0$$

$$\begin{cases}120x+240+120x-240-11x^2+44=0\\2(x-2)(x+2)\neq 0 \quad \Rightarrow x\neq 2\wedge x\neq -2\end{cases}$$

$$120x+240+120x-240-11x^2+44=0$$

$$-11x^2+240x+44=0 \quad \big|\cdot(-1)$$

$$11x^2-240x-44=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{240\pm\sqrt{57600+1936}}{22}=\frac{240\pm\sqrt{59536}}{22}=$$

$$=\frac{240\pm 244}{22}$$

$$x_1=\frac{240-244}{22}=\frac{-4}{22}=-\frac{2}{11}\ \ (ei\quad sobi);$$

$$x_2=\frac{240+244}{22}=\frac{484}{22}=22.$$

Kontroll:

	Teepikkus (*km*)	Kiirus (*km/h*)	Aeg (*h*)
Vastuvoolu	60	$22-2=20$	$\frac{60}{20}=3$

Pärivoolu	60	$22+2=24$	$\frac{60}{24}=2{,}5$

$3+2{,}5=5{,}5=5(h)+0{,}5\cdot 60=5\ h\ 30\ \text{min}$.

Vastus: Paadi kiirus seisvas vees on 22 *km/h*.

3. Tünn täidetakse kahe vooliku abil 10 minutiga. Kui kiiresti täituks tünn esimese voolikuga, kui teise voolikuga kulub aega 15 minutit rohkem.

	Koos (*min*)	Üksi (*min*)	Aeg (*min*)
I voolik	10	x	$\frac{10}{x}$
II voolik	10	$x+15$	$\frac{10}{x+15}$

$$\frac{10}{x}+\frac{10}{x+15}=1$$

$$\frac{10}{x}+\frac{10}{x+15}-1=0$$

$$\frac{10x+150+10x-x^2-15x}{x(x+15)}=0$$

$$\begin{cases}10x+150+10x-x^2-15x=0\\ x(x+15)\neq 0 \quad \Rightarrow x\neq 0\wedge x\neq -15\end{cases}$$

$$10x+150+10x-x^2-15x=0$$

$$-x^2+5x+150=0 \quad \big|\cdot(-1)$$

$$x^2-5x-150=0$$

$$x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$x=2{,}5\pm\sqrt{6{,}25+150}=2{,}5\pm\sqrt{156{,}25}=2{,}5\pm 12{,}5$$

$x_1=2{,}5-12{,}5=-10$ (*ei sobi*);

$x_2=2{,}5+12{,}5=15.$

Kontroll:

	Koos (*min*)	Üksi (*min*)	Aeg (*min*)
I voolik	10	15	$\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$
II voolik	10	$15+15=30$	$\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$

$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$.

Vastus: Esimese voolikuga täitub tünn 15 minutiga.

4. Saalis on 360 tooli, mis on pandud ridadena nii, et igas reas on võrdne arv toole. Kui igasse ritta panna 2 tooli rohkem, väheneb ridade arv 2 võrra. Mitu rida toole on saalis?

	Toolide arv	Ridade arv	Reas toole
Tegelik	360	x	$\frac{360}{x}$
Oletatav	360	$x-2$	$\frac{360}{x-2}$

$$\frac{360}{x-2}-\frac{360}{x}=2$$

$$\frac{360}{x-2}-\frac{360}{x}-2=0$$

$$\frac{360x-360x+720-2x^2-4x}{x(x-2)}=0$$

$$\begin{cases}360x-360x+720-2x^2-4x=0\\ x(x-2)\neq 0 \quad \Rightarrow x\neq 0\wedge x\neq 2\end{cases}$$

$$360x-360x+720-2x^2-4x=0$$

$$-2x^2+4x+720=0\,\big|:(-2)$$

$$x^2-2x-360=0$$

$$x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$x=1\pm\sqrt{1+360}=1\pm 19$$

$x_1=1-19=-18$ (*ei sobi*);

$x_2=1+19=20$ (*rida*).

Kontroll:

	Toolide arv	Ridade arv	Reas toole
Tegelik	360	20	$\frac{360}{20}=18$
Oletatav	360	$20-2=18$	$\frac{360}{18}=20$

$20-18=2$.

Vastus: Saalis oli 20 rida toole.