

Murdvõrrandi abil lahenduvad tekstülesanded

1. Kahe linna vaheline kaugus on 210 km. Auto, mille kiirus on 20 km/h võrra suurem kui bussil, jõuab ühest linnast teise 40 minutit varem kui buss. Leidke bussi sõidu aeg.

	Teepikkus (km)	Kiirus (km/h)	Aeg (h)
Auto	210	$x+20$	$\frac{210}{x+20}$
Buss	210	x	$\frac{210}{x}$

$$40 \text{ min} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \text{ (h)}$$

$$\frac{210}{x} - \frac{210}{x+20} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{210}{x} - \frac{210}{x+20} - \frac{2}{3} = 0$$

$$\frac{630x + 12600 - 630x - 2x^2 - 40x}{3x(x+20)} = 0$$

$$\begin{cases} 630x + 12600 - 630x - 2x^2 - 40x = 0 \\ 3x(x+20) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \wedge x \neq -20 \end{cases}$$

$$630x + 12600 - 630x - 2x^2 - 40x = 0$$

$$-2x^2 - 40x + 12600 = 0 \quad | :(-2)$$

$$x^2 + 20x - 6300 = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -10 \pm \sqrt{100 + 6300} = -10 \pm \sqrt{6400} = -10 \pm 80$$

$$x_1 = -10 - 80 = -90 \text{ (ei sobi);}$$

$$x_2 = -10 + 80 = 70.$$

Kontroll:

	Teepikkus (km)	Kiirus (km/h)	Aeg (h)
Auto	210	$70 + 20 = 90$	$\frac{210}{90} = 2\frac{1}{3}$
Buss	210	70	$\frac{210}{70} = 3$

$$3 - 2\frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ (h)} = \frac{2}{3} \cdot 60 = 40 \text{ (min).}$$

Vastus: Buss sõitis 3 tundi.

2. Kahe sadama kaugus mööda jõge on 60 km. Paadil kulub edasi-tagasi sõiduks 5 tundi ja 30 minutit. Leidke paadi kiirus seisvas vees, kui jõe voolu kiirus on 2 km/h.

	Teepikkus (km)	Kiirus (km/h)	Aeg (h)
Vastuvoolu	60	$x - 2$	$\frac{60}{x - 2}$
Pärioolu	60	$x + 2$	$\frac{60}{x + 2}$

$$5h30 \text{ min} = 5 \frac{30}{60} = \frac{11}{2} \text{ (h)}$$

$$\frac{60}{x - 2} + \frac{60}{x + 2} = \frac{11}{2}$$

$$\frac{60}{x - 2} + \frac{60}{x + 2} - \frac{11}{2} = 0$$

$$\frac{120x + 240 + 120x - 240 - 11x^2 + 44}{2(x - 2)(x + 2)} = 0$$

$$\begin{cases} 120x + 240 + 120x - 240 - 11x^2 + 44 = 0 \\ 2(x - 2)(x + 2) \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \wedge x \neq -2 \end{cases}$$

$$120x + 240 + 120x - 240 - 11x^2 + 44 = 0$$

$$-11x^2 + 240x + 44 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$11x^2 - 240x - 44 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{240 \pm \sqrt{57600 + 1936}}{22} = \frac{240 \pm \sqrt{59536}}{22} =$$

$$= \frac{240 \pm 244}{22}$$

$$x_1 = \frac{240 - 244}{22} = \frac{-4}{22} = -\frac{2}{11} \text{ (ei sobi);}$$

$$x_2 = \frac{240 + 244}{22} = \frac{484}{22} = 22.$$

Kontroll:

	Teepikkus (km)	Kiirus (km/h)	Aeg (h)
Vastuvoolu	60	$22 - 2 = 20$	$\frac{60}{20} = 3$

Päri voolu	60	$22 + 2 = 24$	$\frac{60}{24} = 2,5$
------------	----	---------------	-----------------------

$$3 + 2,5 = 5,5 = 5(h) + 0,5 \cdot 60 = 5 \text{ h } 30 \text{ min.}$$

Vastus: Paadi kiirus seisvas vees on 22 km/h .

3. Tünn täidetakse kahe vooliku abil 10 minutiga. Kui kiiresti täituks tünn esimese voolikuga, kui teise voolikuga kulub aega 15 minutit rohkem.

	Koos (min)	Üksi (min)	Aeg (min)
I voolik	10	x	$\frac{10}{x}$
II voolik	10	$x + 15$	$\frac{10}{x + 15}$

$$\frac{10}{x} + \frac{10}{x + 15} = 1$$

$$\frac{10}{x} + \frac{10}{x + 15} - 1 = 0$$

$$\frac{10x + 150 + 10x - x^2 - 15x}{x(x + 15)} = 0$$

$$\begin{cases} 10x + 150 + 10x - x^2 - 15x = 0 \\ x(x + 15) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \wedge x \neq -15 \end{cases}$$

$$10x + 150 + 10x - x^2 - 15x = 0$$

$$-x^2 + 5x + 150 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 - 5x - 150 = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = 2,5 \pm \sqrt{6,25 + 150} = 2,5 \pm \sqrt{156,25} = 2,5 \pm 12,5$$

$$x_1 = 2,5 - 12,5 = -10 \text{ (ei sobi);}$$

$$x_2 = 2,5 + 12,5 = 15.$$

Kontroll:

	Koos (min)	Üksi (min)	Aeg (min)
I voolik	10	15	$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$
II voolik	10	$15 + 15 = 30$	$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1.$$

Vastus: Esimese voolikuga täitub tünn 15 minutiga.

4. Saalis on 360 tooli, mis on pandud ridadena nii, et igas reas on võrdne arv toole. Kui igasse ritta panna 2 tooli rohkem, väheneb ridade arv 2 võrra. Mitu rida toole on saalis?

	Toolide arv	Ridade arv	Reas toole
Tegelik	360	X	$\frac{360}{x}$
Oletatav	360	$x - 2$	$\frac{360}{x - 2}$

$$\frac{360}{x-2} - \frac{360}{x} = 2$$

$$\frac{360}{x-2} - \frac{360}{x} - 2 = 0$$

$$\frac{360x - 360x + 720 - 2x^2 - 4x}{x(x-2)} = 0$$

$$\begin{cases} 360x - 360x + 720 - 2x^2 - 4x = 0 \\ x(x-2) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \wedge x \neq 2 \end{cases}$$

$$360x - 360x + 720 - 2x^2 - 4x = 0$$

$$-2x^2 + 4x + 720 = 0 \quad | :(-2)$$

$$x^2 - 2x - 360 = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1 + 360} = 1 \pm 19$$

$$x_1 = 1 - 19 = -18 \quad (\text{ei sobi});$$

$$x_2 = 1 + 19 = 20 \quad (\text{rida}).$$

Kontroll:

	Toolide arv	Ridade arv	Reas toole
Tegelik	360	20	$\frac{360}{20} = 18$
Oletatav	360	$20 - 2 = 18$	$\frac{360}{18} = 20$

$$20 - 18 = 2.$$

Vastus: Saalis oli 20 rida toole.