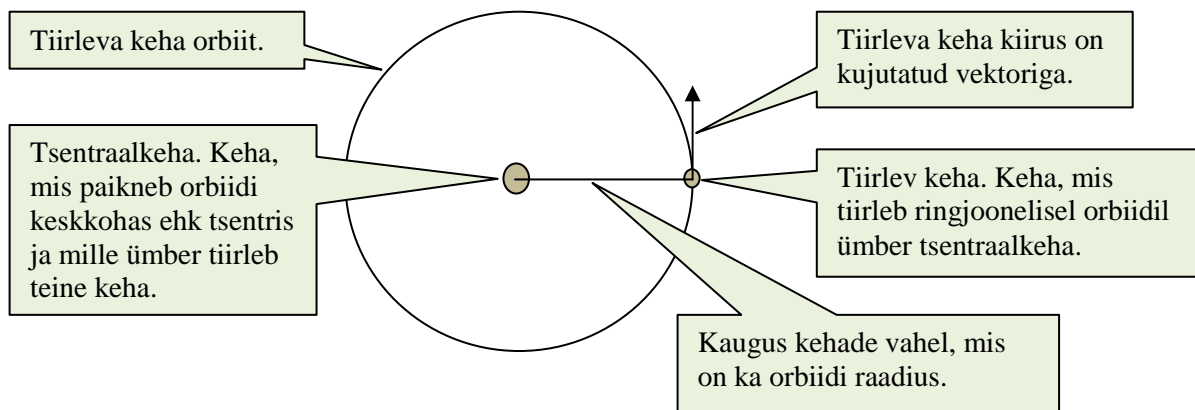


Kosmilise liikumise võrrand

Kosmiliste liikumiste korral on valdavaks ühe keha tiirlemine ümber teise. Lihtsuse mõttes vaatleme juhtu, kui tiirlemine ümber tsentraalkeha toimub mööda ringikujulist orbiiti.



Tiirleva keha ja tsentraalkeha vahel mõjub gravitatsioonijõud

$$F_g = \frac{GMm}{r^2},$$

kus G on gravitatsioonikonstant, M – tsentraalkeha mass, m – tiirleva keha mass ja r – tiirleva keha orbiidi raadius. Gravitatsioonijõud kõverdab tiirleva keha trajektoori ja mõjub kesktõmbejõuna

$$F_k = \frac{mv^2}{r},$$

kus m on tiirleva keha mass, v – tiirleva keha kiirus ja r – tiirleva keha orbiidi raadius.

Võrdsustades gravitatsioonijõu ja tiirlevale kehale mõjuva kesktõmbejõu, saame

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r},$$

millest peale taandamist saamegi **kosmilise liikumise võrrandi**:

$$v^2 = \frac{GM}{r}.$$

Näeme, et kosmilise liikumise võrrand seob tiirleva keha kiirust v (meetrites sekundis), tsentraalkeha massi M (kilogrammides) ja tiirleva keha orbiidi raadiust r (meetrites). Tiirleva keha massi väljajätmine osundab, et kosmilise liikumise võrrandiga kirjeldatav liikumine ei sõltu tiirleva keha massist. Nagu edaspidi näeme, lubab see asjaolu kasutada kõnealust võrrandit kosmiliste kehade masside määramiseks. Võrrandis sisaldub veel gravitatsioonikonstant

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}.$$

Ühikutena kasutame, nagu ikka, põhiühikuid.

Kasutame kosmilise liikumise võrrandit Maa massi määramiseks

Maa massi määramiseks on vaja leida keha, mis tiirleks ümber Maa teadaoleval kaugusel ja teadaoleva kiirusega. Kasutame Maa looduslikku kaaslast Kuud, mille kohta on teada keskmine kaugus Maast $r = 384\,000$ km ja üheks tiiruks kuluv aeg $t = 27,3$ ööpäeva. Arvutame esmalt Kuu liikumiskiiruse orbiidil:

$$\begin{aligned} v &= \frac{\text{ühe tiiruga läbitud vahemaa}}{\text{üheks tiiruks kulunud aeg}} = \frac{2\pi r}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3,84 \cdot 10^5 [\text{km}]}{27,3 [\text{ööpäeva}]} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3,84 \cdot 10^5 \cdot 10^3 [\text{m}]}{27,3 \cdot 24 \cdot 3600 [\text{s}]} = \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 3,84 \cdot 10^5 \cdot 10^3 [\text{m}]}{2,73 \cdot 2,4 \cdot 3,6 \cdot 10^5 [\text{s}]} = 1,02 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Kosmilise liikumise võrrandist avaldame tsentraalkeha (antud juhul Maa) massi, asetame saadud valemisse vajalikud suurused põhiühikutes ning saame:

$$M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{\left(1,02 \cdot 10^3 \left[\frac{m}{s}\right]\right)^2 \cdot 3,84 \cdot 10^8 [m]}{6,67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{m^3}{kg \cdot s^2}\right]} = \frac{1,02^2 \cdot 10^6 \cdot 3,84 \cdot 10^8}{6,67 \cdot 10^{-11}} \frac{m^2 \cdot m \cdot kg \cdot s^2}{s^2 \cdot m^3} = 0,599 \cdot 10^{25} \text{ kg} =$$

$$= 5,99 \cdot 10^{24} \text{ kg.}$$

Arvutused on siin tehtud nii arvude kui ka ühikutega. Ühikutega kaasaarvutamist on ikka soovitatav kasutada, sest nii saame täiendava viite, kas oleme valemeid õieti teisendanud. Tulemus on heas kooskõlas Päikesesüsteemi kehade tabelis toodud Maa massiga.