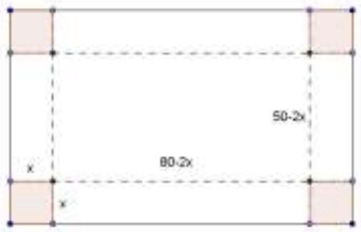
EKSTREEMUMÜLESANDED

Ülesandeid, kus tuleb leida mingi suuruse suurim või vähim väärtus nimetatakse **ekstreemumülesanneteks**.

Näide 1. Traadist, mille pikkus on 100 cm, on tarvis valmistada ristkülik. Kui suur tuleb teha risküliku pikkus, et ristküliku pindala saaks suurim.
Olgu ristküliku pikkus x, siis laius on (100-2x)/2= 50-x ja pindala $S = x(50-x) = 50x-x^2$. Tuleb leida funktsiooni S maksimumkoht. Selleks leiame tuletise ja paneme selle võrduma 0-ga.
50-2x = 0. Siit x = 25. Leitud väärtus on maksimumkoht, sest teine tuletis y``= -2 on negatiivne. Kui pikkus on 25 cm, siis laius on samuti 25 cm (50-25 = 25).
Vastus: Et saada suurima pindalaga ristkülikut tuleb100 cm pikkust traati murda ruudukujuliseks külje pikkusega 25 cm.

Näide 2. Ristkülikukujulise plekitahvli mõõtmed on 50 cm ja 80 cm. Plekitahvli nurkadest tuleb ära lõigata ruudud nii, et järelejäänud osast saaks moodustada võimalikult suure ruumalaga karbi. Arvutame äralõigatavate ruutude külje pikkused.



Olgu ruudu külg x ja karbi ruumala $V = (80 - 2x)(50 - 2x)x = 4x^3 - 260x^2 + 4000x$
Tuleb leida funktsiooni V maksimumkoht x_{max}. Selleks leiame tuletise ja selle nullkohad:
$V' = 12x^2 - 520x + 4000$, $12x^2 - 520x + 4000 = 0$, siit $x_1 = 10$ ja $x_2 = \frac{100}{3} \approx 33{,}3$
$V'' = 24x - 520$. Et $V''(10) = 24*10 - 520 = -280 < 0$, siis 10 on maksimumkoht.
$x_2 = 33{,}3$ ei sobi, kuna nii suurt ruutu ei annagi nurkadest ära lõigata ja see osutub ka veel miinimumkohaks.
Vastus: Suurima ruumalaga karp tekib, kui äralõigatava ruudu külg on 10 cm.

Näide 3. Silindrikujulise konservipurgi ruumala on 1 liiter. Millised peavad olema konservipurgi mõõtmed, et valmistamiseks kuluks võimalikult vähe plekki?
Esmalt avaldame purgi kõrguse h raadiuse r kaudu ruumala valemist:
$V = \pi r^2 * h \Rightarrow 1 = \pi r^2 * h \Rightarrow h = \frac{1}{\pi r^2}$ ja asendeme sellega täispindala valemis h:

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2 \Rightarrow s = 2\pi r\frac{1}{\pi r^2} + 2\pi r^2 \Rightarrow \frac{2}{r} + 2\pi r^2 \Rightarrow 2r^{-1} + 2\pi r^2$$

Peame leidma raadiuse väärtuse, mille korral pindala S väärtus on vähim. Selleks leiame tuletise ja selle nullkohad:
$-\frac{2}{r^2} + 4\pi r = 0 \Rightarrow 4\pi r = \frac{2}{r^2} \Rightarrow 4\pi r^3 = 2 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}} \approx 0{,}54\ (dm)$ ja kõrgus
$h=\frac{1}{\pi 0{,}54^2} \approx 1{,}1\ (dm)$ Siit näeme, et purgi läbimõõt ja kõrgus peavad olema võrdsed.
Et 0,54 on miinimumkoht näitab $S``=4/0{,}54^3+4\pi > 0$.
Vastus: Ühe liitrise purgi läbimõõt ja kõrgus peavad materjali kokkuhoiu mõttes mõlemad olema 1,1 dm.

Materjali koostaja: ELVE VUTT