

**VEKTORITE SKALAARKORRUTIS JA NURK VEKTORITE VAHEL**  
(11. klassi III kursus)

**1. Vektorite skalaarkorrutis**

\* Joonestage 2 ühest punktist lähtuvat vektorit. Märkige joonisele 2 erineva suurusega nurka, mis jäävad nende vahele:  $\varphi$  ja  $360^\circ - \varphi$ .

\* Skalaar – vaid ühe arvuga iseloomustatav suurus.

\* Vektorite  $\vec{a}$  ja  $\vec{b}$  skalaarkorrtiseks  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  nimetatakse nende vektorite pikkuste  $|\vec{a}|$  ja  $|\vec{b}|$  ning nendevahelise nurga  $\varphi$  koosinuse korrutist.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$

**Näide 1**

Kui vektori  $\vec{m}$  pikkus on 10 ja vektori  $\vec{n}$  pikkus on 8 ning nende vektorite vaheline nurk  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ , siis skalaarkorrutis on

.....  
.....

\* Koordinaatidega antud vektorite  $\vec{a} = (X_1; Y_1)$  ja  $\vec{b} = (X_2; Y_2)$  korral on nende skalaarkorrutis

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = X_1 \cdot X_2 + Y_1 \cdot Y_2.$$

**Näide 2**

Kui  $\vec{t} = (-2; -6)$  ja  $\vec{u} = (3; -8)$ , siis skalaarkorrutis  $\vec{t} \cdot \vec{u} = \dots\dots\dots$

**2. Vektoritevahelise nurga leidmine skalaarkorrutise abil**

\* Vektoritevaheline nurk

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{X_1 \cdot X_2 + Y_1 \cdot Y_2}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2} \cdot \sqrt{X_2^2 + Y_2^2}}$$

Need valemid kehtivad, kui kumbki vektoritest ei ole nullvektor.

**Näide 3**

Kui vektori  $\vec{m}$  pikkus  $|\vec{m}| = 4$  ja vektori  $\vec{n}$  pikkus  $|\vec{n}| = 5$  ning skalaarkorrutis  $\vec{m} \cdot \vec{n} = -10$ , siis

$\cos \varphi = \dots\dots\dots$  ja  $\varphi = \dots\dots\dots$

**Näide 4**

Kui  $\vec{t} = (-2; -4)$  ja  $\vec{u} = (-3; 2)$ , siis

$\cos \varphi = \dots\dots\dots$

ja  $\varphi = \dots\dots\dots$

\* Vektorite ristseisu korral on nendevaheline nurk  $90^\circ$ . Teame, et  $\cos 90^\circ = \dots$ . Seetõttu on ristuvate vektorite skalaarkorrutis .....

\* Vektorite ristseisu tunnus

Kaks nullvektorist erinevat vektorit on risti parajasti siis, kui .....

$$\text{Ehk } \vec{a} \dots \vec{b} \dots \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

### Näide 5

Kui  $\vec{F} = (-2; 4)$  ja  $\vec{S} = (6; 3)$ , siis  $\vec{F} \cdot \vec{S} = \dots$

Vektroid  $\vec{F}$  ja  $\vec{S}$  .....

\* Kui vektorid on samasuunalised, siis  $\varphi = \dots$  ja  $\cos \dots = 1$ . Seega  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

\* Samasuunaliste vektorite skalaarkorrutis võrdub nende .....

korrutisega.

### Näide 6

Kui  $\vec{r} = (4; -6)$  ja  $\vec{s} = (2; -3)$ , siis vastavate koordinaatide jagatise võrdsuse  $\frac{4}{\dots} = \frac{\dots}{-3}$  tõttu on need vektorid kollineaarsed.

\* Vektorite  $\vec{r}$  ja  $\vec{s}$  vastavad koordinaadid on .....märgilised. Seetõttu on need vektorid ka samasuunalised.

Leiame vektorite  $\vec{r}$  ja  $\vec{s}$  pikkused  $|\vec{r}| = \dots$  ja

$|\vec{s}| = \dots$ . Seega  $\vec{r} \cdot \vec{s} = \dots$

Kui korrutame vektorit iseendaga, siis  $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos \dots = \dots$

\* Vektori skalaarruut võrdub vektori pikkuse ruuduga ehk  $\vec{a}^2 = \dots$

### Näide 7

Kui  $\vec{r} = (4; -6)$ , siis eelnevast  $|\vec{r}| = \dots$

Selle vektori skalaarruut  $\vec{r}^2 = \dots$

\* Kui vektorid on vastassuunalised, siis nende skalaarkorrutis võrdub pikkuste korrutise vastandavuga ehk  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

\*

**Lahendage kirjalikult õpikust lk 29 järgmised ülesanded:**

- 1) ül 47 (2; 3);
- 2) ül 48 (2; 5);
- 3) ül 50 (1).