

## Ruutvõrrandi abil lahenduvaid ülesandeid

Ülesannete lahendused pärinevad õpikust “Matemaatika IX klassile”(koost. Tõnu Tõnso ,Tln., 1998), lk-74-78 (ül.269-391) ja kogumikust “Matemaatika kirjaliku eksami ülesanded IX klassile”\* (koost. Enn Nurk ja Valvo Paat, Tln., 1996).

\* ülesanded tähistatud E-tähega.

Paljude tekstülesannete lahendamisel jõuame ruutvõrrandini, millel on tavaliselt 2 lahendit. Olenevalt ülesande sisust võib aga ülesande vastuseks sobida ainult üks lahend. Tekstülesannete puhul tuleb võrrandi lahendeid kontrollida ülesande teksti, mitte koostatud võrrandi järgi. Tekstülesande lahendamine võrrandi abil koosneb kolmest etapist:

1. võrrandi koostamine teksti järgi;
2. koostatud võrrandi lahendamine;
3. võrrandi lahendite kontroll teksti järgi, lõplik lahendite leidmine ja vastuse kirjutamine.

Mõningaid näpunäiteid võrrandi koostamiseks.

Põhinõue - loe teksti ülimal tähelepanuga, sest tekstis on kogu ülesande sisu. Nii, et lahenduse võti on õige arusaamine tekstist – ainult nii saab koostada õige võrrandi. Mõnikord võivad tekstid olla vägagi keerukad, aga eksamiülesandeks ei anta kindlasti rasket tekstülesannet, vaid mõni keskmise raskusastmega.

Mõningaid tüüpilisi seoseid võrrandi koostamiseks.

Olgu otsitav arv  $x$  iga näite puhul.

1. Leia  $x$  -st 2 võrra suurem arv:  $x + 2$
2. Leia 3 võrra väiksem arv kui  $x$ :  $x - 3$
3. Leia 2 korda suurem arv kui  $x$ :  $2x$
4. Leia  $x$  -st 3 korda väiksem arv:  $\frac{x}{3}$
5. Leia arv, mis moodustab (on)  $x$  -st  $\frac{2}{3}$ :  $\frac{2}{3}x$
6. Leia arv, mis on  $x$  -st 25%:  $0,25x$  või  $\frac{1}{4}x$
7. Leia arv, mis on  $x$  -st 30% suurem:  $x + 0,3x = 1,3x$

8. Leia arv, mis on  $x$ -st 40% väiksem:  $x - 0,4x = 0,6x$

9. Leia 3 järjestikust täisarvu: NB! I arv on  $x$ , II arv on  $x + 1$ , III arv on  $x + 2$

Vastus: arvud on  $x$ ;  $x + 1$ ;  $x + 2$

10. Leia 3 järjestikust paarisarvu:  $x$ ;  $x + 2$ ;  $x + 4$

11. Leia 3 järjestikust arvu, mis jaguvad 7-ga:  $x$ ;  $x + 7$ ;  $x + 14$

Loomulikult on need kõige lihtsamad seosed, aga põhiliselt neid kasutades saamegi võrrandid.

NB! Neid põhiseoseid kasutatakse kõikide võrrandite koostamisel, mitte ainult ruutvõrrandite puhul.

**269** Olgu arv  $x$ , siis tema ruut on  $x^2 \Rightarrow x + x^2 = 30$

Lahendus:  $x^2 + x - 30 = 0$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (1)$$

$$x = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 30}$$

$$x = -0,5 \pm \sqrt{30,25} = \pm 0,5 \pm 5,5$$

$$x_1 = -6 \text{ või } x_2 = 5$$

Kontroll: 1) Kui  $x = -6$ , siis  $-6 + (-6)^2 = -6 + 36 = 30 \Rightarrow$  lahend  $x_1 = -6$  rahuldab ülesande tingimusi

2) Kui  $x = 5$ , siis  $5 + 5^2 = 5 + 25 = 30 \Rightarrow$  ka lahend  $x_2 = 5$  rahuldab ülesande tingimusi (lühidalt võib öelda ka, et  $x_2 = 5$  sobib)

Vastus: see arv on  $-6$  või  $5$

NB! Valem (1) - antud juhul taandatud ruutvõrrandi lahendivalem kirjuta eksamiülesannet lahendades igal juhul üldkujul (1) välja. Kui võrrand on õigesti koostatud, lahendatud ja lahendid analüüsitud ja kontrollitud, selle eest küll lisapunkte ei saa, aga kui võrrandi lahendamisel (või rakendamisel) on vigu, siis saad vähemalt 1 punkti lahendi valemi tundmise eest! Eksamil käib võitlus iga punkti eest! NB! Mina jätan edaspidi ruumi kokkuhoiu mõttes valemi (1) kirjutamata.

**270** Olgu I naturaalarv  $x$ , siis II on  $x + 1$ . Saame võrrandi  $x(x + 1) = 240$

Lahendus:  $x(x + 1) = 240$

$$x^2 + x - 240 = 0$$

$$x = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 240} = 0,5 \pm 15,5$$

$$x_1 = -16 \text{ või } x_2 = 15$$

Kuna tegemist on naturaalarvudega, siis  $x_1 = -16$  ei sobi,  $\Rightarrow x = 15$

Kontroll: I arv on 15,  $\Rightarrow$  II arv on  $15+1 = 16$   
 $15 \times 16 = 240$

Vastus: need arvud on 15 ja 16

**271** Olgu I arv  $x$ , siis teine on  $x+1 \Rightarrow x^2 + (x+1)^2 = 113$

Lahendus:  $x^2 + x^2 + 2x + 1 = 0$   
 $2x^2 + 2x - 112 = 0 / \div 2$   
 $x^2 + x - 56 = 0$   
 $x = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 56} = -0,5 \pm 7,5$   
 $x_1 = -8$  või  $x_2 = 7$

Kontroll: 1) kui  $x = -8$ , siis II arv on  $-7$   
 $(-8)^2 + (-7)^2 = 64 + 49 = 113 \Rightarrow x_1 = -8$  sobib  
2) kui I arv on 7, siis II arv on  $7+1=8$  ja  
 $7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113 \Rightarrow$  ka  $x_2 = 7$  sobib

Vastus: need arvud on  $-8$  ja  $-7$  või  $7$  ja  $8$

**272** Olgu I arv  $x$ , siis II on  $x+1$  ja III on  $x+2$ . Saame võrrandi  $x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 302$

Lahendus:  $x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 - 302 = 0$   
 $3x^2 + 6x - 297 = 0 / \div 3$   
 $x^2 + 2x - 99 = 0$   
 $x = -1 \pm \sqrt{1 + 99} = -1 \pm \sqrt{100} = -1 \pm 10 \Rightarrow$   
 $x_1 = -11$  või  $x_2 = 9$   
 $x_1 = -11$  ei sobi,  $\Rightarrow x = 9 \Rightarrow$  II arv on  $x+1 = 9+1 = 10$  ja  
III arv on  $x+2 = 9+2 = 11$

Kontroll:  $9^2 + 10^2 + 11^2 = 81 + 100 + 121 = 302$

Vastus: need järjestikused naturaalarvud on 9, 10 ja 11

**273** Olgu I arv  $x$ , siis II on  $x+1$  ja III on  $x+2$ . Saame võrrandi  $(x+1)^2 = x(x+2) + 1$

Lahendus:  ~~$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2x + 1$~~   
 $0 = 0$  samasus: lahendiks sobib iga täisarv

Kontroll: 1) olgu I arv  $x = -4$ , II on siis  $-3$  ja III on  $-2$

$$(-3)^2 = -4(-2) + 1$$

$$9 = 8 + 1$$

$$2) \text{ olgu } x = 5, \text{ siis II arv on } x + 1 = 6 \text{ ja III arv on } 7 \cdot 6^2 = 5 \times 7 + 1$$

$$36 = 36$$

Vastus: mistahes 3 üksteisele järgnevat täisarvu

**274 I lahendus.** Olgu üks arv  $x$ , II on siis  $x + 6$  ja

Lahendus:  $\Rightarrow x(x + 6) = 247$

$$x^2 + 6x - 247 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9 + 247} = -3 \pm \sqrt{256} = -3 \pm 16$$

$$x_1 = -19 \text{ või } x_2 = 13$$

Kontroll: 1) kui  $x_1 = -19$ , II arv on  $x + 6 = -19 + 6 = -13$

$$-13 - (-19) = -13 + 19 = 6 \text{ ja } -19(-13) = 247 \Rightarrow x_1 = -19 \text{ sobib}$$

2) kui  $x_2 = 13$ , siis II arv on  $x + 6 = 13 + 6 = 19$

$$19 - 13 = 6 \text{ ja } 13 \times 19 = 247$$

Vastus: need arvud on  $-19$  ja  $-13$  või  $13$  ja  $19$

**274 II lahendus.** Olgu arvud  $x$  ja  $y$ , vastavalt ülesande tingimustele saame võrrandisüsteemi,

$$\begin{cases} x - y = 6(1) \\ xy = 247(2) \end{cases}$$

mille lahendame asendusvõttega: avaldame (1) võrrandist  $x$ -i (või ka  $y$ -i) ja asendame (2) võrrandi  $x$ -i (või  $y$ -i).

$$(1) \Rightarrow x = y + 6$$

Asendades (2) võrrandis  $x$ -i, saame

$$(y + 6)y = 247$$

$$y^2 + 6y = 247$$

$$y^2 + 6y - 247 = 0$$

$$y = -3 \pm \sqrt{9 + 247} = -3 \pm \sqrt{256} = -3 \pm 16$$

$$y_1 = -19 \text{ või } y_2 = +13$$

1) kui  $y_1 = -19$ , siis  $x_1 = y_1 + 6 = -19 + 6 = -13$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -13 \\ y_1 = -19 \end{cases}$$

Kontroll:  $-13(-19) = 247 \Rightarrow$  arvupaar  $-13$  ja  $-19$  rahuldab ülesande tingimusi

2) kui  $y_2 = 13$ , siis  $x_2 = y_2 + 6 = 13 + 6 = 19$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = 19 \\ y_2 = 13 \end{cases}$$

Kontroll:  $19 - 13 = 6$  ja  $19 \times 13 = 247 \Rightarrow$  ka II lahend sobib (st arvupaar  $19$  ja  $13$  rahuldab ülesande tingimusi)

Vastus: need arvud on  $-19$  ja  $-13$  või  $13$  ja  $19$

NB! Kumba lahendust eelistada – puhtalt maitse asi – sisuliselt viivad mõlemad ruutvõrrandini, seejärel leitakse lahendid, analüüsitakse ja kontrollitakse neid.

**275** Olgu I arv  $x$ , II arv on siis  $x+2$ . Saame võrrandi:

$$x(x+2) = 224$$

$$x^2 + 2x - 224 = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 + 224} = -1 \pm \sqrt{225} = -1 \pm 15$$

$$x_1 = -16 \text{ või } x_2 = 14$$

1) olgu  $x = -16$  (st I arv), II arv on siis  $x + 2$

$$x + 2 = -16 + 2 = -14$$

Kontroll:  $-16(-14) = 224$

2) olgu  $x = 14$  (st I arv), II arv on siis  $x + 2$

$$x + 2 = 14 + 2 = 16$$

Kontroll:  $14 \times 16 = 224$

Vastus: need arvud on  $-16$  ja  $-14$  või  $14$  ja  $16$

NB! Kahe järjestikuse paarisarvu vahe on  $2$  (ka paaritute järjestikuste arvude vahe on  $2$ )

**276** Analüüsi 275;  $\Rightarrow x(x+2) = 323$ ;  $x^2 + 2x - 323 = 0$  jne täpselt sama rada.

**277** Olgu üks arv  $x$ , teine on siis  $14-x \Rightarrow$

$$x^2 + (14 - x)^2 = 106$$

$$x^2 + 196 - 28x + x^2 = 106$$

$$2x^2 - 28x + 90 = 0 : 2$$

$$x^2 - 14x + 45 = 0$$

$$x = 7 \pm \sqrt{49 - 45} = 7 \pm \sqrt{4} = 7 \pm 2 \Rightarrow$$

$$x_1 = 5 \text{ või } x_2 = 9$$

1) kui  $x_1 = 5$  (üks arv), siis teine on  $14 - x = 14 - 5 = 9$

Kontroll:  $9 + 5 = 14$

$$9^2 + 5^2 = 81 + 25 = 106$$

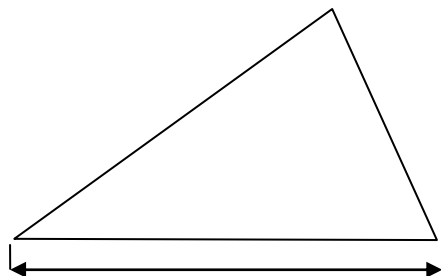
kui  $x_2 = 9$  (üks arv), siis II arv on  $14 - 9 = 5$

Näeme, et põhimõtteliselt on tegemist samade arvudega, ainult kohad on vahetunud.

Vastus: osad on 5 ja 9

**278** Analüüsi 277  $\Rightarrow x^2 + (18 - x)^2 = 170$  jne

**279** Olgu kolmnurga kõrgus  $h$ , alus on siis  $h+2$ , saame võrrandi  $\frac{h(h+2)}{2} = 40 \times 2$



$$h(h+2) = 80;$$

$$h^2 + 2h - 80 = 0$$

$$h = -1 \pm \sqrt{1+80} = -1 \pm \sqrt{81} = -1 \pm 9$$

$$h_1 = -10 \text{ või } h_2 = 8$$

$h_1 = -10$  ei sobi ülesannete tingimustega, sest kolmnurga kõrgus on reaalne suurus ( $h > 0$ )  $\Rightarrow h = 8$  (cm), alus on siis  $8 + 2 = 10$  (cm)

Kontroll:  $\frac{8 \times 10}{2} = 40$  (cm<sup>2</sup>)

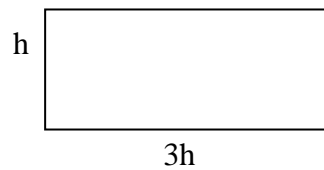
Vastus:  $h = 8$  cm

**280** Analüüsi 279, ainult kolmnurk on täisnurkne

$$\frac{x(x+5)}{2} = 52 \text{ jne}$$

**281** Analüüsi 279 ja 280  $\Rightarrow \frac{x^2}{2} = 162$  jne

**282** Olgu ristküliku (RK) kõrgus  $h$ , alus on siis  $3h \Rightarrow 3h \times h = 108$



$$3h^2 = 108/:3$$

$$h^2 = 36 \Rightarrow h = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\text{alus on } 3h = 3 \times 6 = 18 \text{ (cm)}$$

Kontroll:  $6 \times 18 = 108 \text{ (cm}^2\text{)}$

Vastus: RK alus on 18 cm ja kõrgus 6 cm

**283** Olgu RK kõrgus  $h$ , alus on siis  $h+3 \Rightarrow$

$$h(h+3) = 108$$

$$h^2+3h-108=0$$

$$h = -1,5 \pm \sqrt{110,25} = -1,5 \pm 10,5$$

$$h_1 = -12 \text{ või } h_2 = 9$$

$$h_1 = -12 \text{ ei sobi } \Rightarrow h = 9 \text{ cm, alus on } 9+3 = 12 \text{ (cm)}$$

Kontroll:  $9 \times 12 = 108 \text{ (cm}^2\text{)}$

Vastus: RK mõõtmed on  $9 \times 12$  cm

**284** Olgu rööpküliku kõrgus  $h$ , alus on siis  $4h \Rightarrow$

$$4h \times h = 196$$

$$4h^2 = 196$$

$$h^2 = 49$$

$$h = \pm \sqrt{49} = \pm 7$$

$$h_1 = -7 \text{ ei sobi} \Rightarrow h = 7 \text{ (cm)}$$

$$\text{alus on } 4h = 4 \times 7 = 28 \text{ (cm)}$$

$$\text{Kontroll: } 7 \times 28 = 196 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vastus: rööpküliku kõrgus on 7 cm ja alus 28 cm

NB! Rööpküliku teist külge me veel praeguste teadmiste juures (15. nov) ei oska leida.

**285** Olgu rombi lühem diagonaal  $d$ , pikem on siis  $2d \Rightarrow$

$$\frac{\cancel{2d} \times d}{\cancel{2}} = 36$$

$$d^2 = 36$$

$$d = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\text{Pikem diagonaal on } 2d = 2 \times 6 = 12 \text{ (cm)}$$

$$\text{Kontroll: } \frac{\cancel{6^2} \times \cancel{12}}{\cancel{2}} = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vastus: rombi diagonaalküljed on 6 cm ja 12 cm

**286** Antud:  $\ddot{u} = 150\text{m}$ ;  $S = 1400\text{m}^2$ . Leida pikkus ja laius.

Lah. Olgu laius  $a$  ja pikkus  $b$ , siis RK ümbermõõdu ja pindala valemitest saame võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} 2(a+b) = 150 / : 2 \\ ab = 1400 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b = 75(1) \\ ab = 1400(2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ võrrandist avaldame } a: a = 75 - b$$

asendame nüüd

$$75b - b^2 - 1400 = 0$$

$$b^2 - 75b + 1400 = 0$$

$$b = 37,5 \pm \sqrt{1406,25 - 1400} = 37,5 \pm \sqrt{6,25} = 37,5 \pm 2,5$$

$$b_1 = 35 \text{ või } b_2 = 40$$

$$1) \text{ kui } b = 35, \text{ siis } (1) \Rightarrow a = 75 - b = 75 - 35 = 40 \text{ (m)}$$

$$2) \text{ kui } b = 40, \text{ siis } (1) \Rightarrow a = 75 - b = 75 - 40 = 35 \text{ (m)}$$

Näeme, et erinevate lahendite puhul on laius ja pikkus vahetanud kohad. Kuna geometrias

on pikkus suurem kui laius, võtame  $\begin{cases} a = 35 \\ b = 40 \end{cases}$

$$\text{Kontroll: } \ddot{U} = 2(35+40) = 2 \times 75 = 150 \text{ (m)}$$

$$S = a \times b = 35 \times 40 = 1400 \text{ (m}^2\text{)}$$



Vastus:  $a = 35$  cm ja  $b = 40$  cm

$$287 \text{ Ül. anal. } 286 \Rightarrow \begin{cases} 2(a+b) = 68 / : 2 \\ ab = 204 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b = 34 \\ ab = 204 \end{cases}$$

NB! Nagu näed, tuleb geomeetriaülesannetes teada ja rakendada vastavate geom kujundite valemeid.

288 Olgu I arv  $x$ , siis II arv on  $x+1$  ja III arv on  $x+2 \Rightarrow$

$$x^2 + (x+1)^2 = (x+2)^2$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1+3} = 1 \pm \sqrt{4} = 1 \pm 2$$

$$x_1 = -1 \text{ või } x_2 = 3$$

1) kui  $x = -1$  (I arv on  $-1$ ), II arv on siis  $x+1 = -1+1 = 0$  ja

III arv on  $x+2 = -1+2 = 1 \Rightarrow$  arvud  $-1; 0$  ja  $1$

Kontroll:  $(-1)^2 + 0^2 = 1^2$

$$1 = 1$$

2) kui  $x = 3$  (I arv), siis II arv on  $x+1 = 3+1 = 4$  ja

III arv on  $x+2 = 3+2 = 5 \Rightarrow$  arvud on  $3; 4$  ja  $5$

Kontroll:  $3^2 + 4^2 = 5^2$

$$9 + 16 = 25$$

$$25 = 25$$

Vastus: need arvud on  $-1; 0; 1$  või  $3; 4; 5$

289 Olgu keskmine naturaalarv  $x$ , siis näeks ar vurida välja niisugune:

$$x-2; x-1; x; x+1; x+2 \Rightarrow$$

$$(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 + x^2 = x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 - 4x - 2x - 2x - 4x = 0$$

$$x^2 - 12x = 0$$

$$x(x-12) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 12$$

$$x_1 = 0 \text{ ei sobi} \Rightarrow x_2 = 12$$

ja arvutada oleks 10; 11; 12; 13; 14

Kontroll:  $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$   
 $100 + 121 + 144 = 169 + 196$   
 $365 = 365$

Vastus: 10; 11; 12; 13; 14

NB! Siin oleks võinud ka võtta I arvu  $x$ -i, siis oleksid arvud olnud  $x$ ;  $x+1$ ;  $x+2$ ;  $x+3$ ;  $x+4$ .

Arvan, et mina sain lihtsama võrrandi.

**290** Analüüsida  $289 \Rightarrow (x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2$

**291** Olgu ruudu külge  $a$ , ristküliku pindala valemist saame võrrandi

$$a(a-6) = 432$$

$$a^2 - 6a - 432 = 0$$

$$a = 3 \pm \sqrt{9 + 432} = 3 \pm \sqrt{441} = 3 \pm 21$$

$$a_1 = -18$$

$$a_2 = 24$$

$$a < 0 \text{ ei sobi} \Rightarrow a = 24(m)$$

$$\text{II mõõde oleks siis } a - 6 = 24 - 6 = 18(m)$$

Kontroll:  $18 \times 24 = 432(m^2)$

Vastus: parkimisplatsi mõõtmed on 18 ja 24 m

NB! Sellistes ülesannetes tee kindlasti joonis, see aitab ülesandest aru saada. PS kontrolli ühikute vastavust!

**292** Antud  $S = 88$  aari;  $1 \text{aar} = 10 \times 10(m^2) = 100m^2$

$$\Rightarrow S = 88 \times 100 = 8800m^2$$

ristküliku pindala valemist saame ruutvõrrandi, olles enne tähistanud ruudu külje  $a$ -ga:

$$(a+2)(a-10) = 8800$$

$$a^2 - 10a + 2a - 20 - 8800 = 0$$

$$a^2 - 8a - 8820 = 0$$

$$a = 4 \pm \sqrt{16 + 8820} = 4 \pm \sqrt{8836} = 4 \pm 94$$

$$\text{kuna } a_1 = -98 \text{ ei sobi} \Rightarrow a = 98(m)$$

Kontroll:  $(98+2)(98-10) = 100 \times 88 = 8800$

Vastus:  $a = 98m$

**293** Olgu ruudu külg  $a$ , siis ristküliku mõõtmed on  $3a$  ja  $a+5$ . Ruudu pindala on  $a^2$ , ristküliku pindala  $3a(a+5)$ . Kuna ristküliku pindala on ruudu omast  $125\text{cm}^2$  suurem, saame võrrandi

$$3a(a+5) = a^2 + 125$$

$$3a^2 + 15a - a^2 - 125 = 0$$

$$2a^2 + 15a - 125 = 0$$

$$-15 \pm \sqrt{225 + 4 \times 2 \times 125} = \frac{-15 \pm \sqrt{1225}}{4} = \frac{-15 \pm 35}{4}$$

$$a_1 < 0 \text{ ei sobi}$$

$$\Rightarrow a = \frac{-15 + 35}{4} = \frac{20}{4} = 5(\text{cm})$$

$$a = 5\text{cm}$$

$$3a = 15$$

Kontroll:  $5^2 + 125 = 3 \times 5(5 + 5)$

$$150 = 15 \times 10$$

Vastus: selle ruudu külg on  $5\text{cm}$

**294** Olgu vana ruudu külg  $a$ , siis uue ruudu külg on  $a+3$

$$\Rightarrow (a+3)^2 = a^2 + 39$$

$$a^2 + 6a + 9 = a^2 + 39$$

$$6a = 39 - 9$$

$$6a = 30 / \div 6$$

$$a = 5(\text{cm})$$

$$\text{Uue ruudu külg on } a+3 = 5+3 = 8(\text{cm})$$

Kontroll:  $8^2 = 5^2 + 39$

$$64 = 25 + 39$$

$$64 = 64$$

Vastus: uue ruudu külg on  $8\text{cm}$

NB! Siin koondasin  $a^2$  ära, nii et meil polnudki enam tegu ruutvõrrandiga, aga koostamisel seda ei näe. PS. Kui oleks kohe algul tähistanud uue ruudu külje  $a$ -ga, oleks võrrand:  $x^2 = (x-3)^2 + 39$  (NB! Samaväärne)

**295** Olgu plaadi külg  $a$ . Karbi põhjaks on ruut küljega  $a-8$ , karbi kõrgus on  $4\text{cm}$   $\Rightarrow$  saame võrrandi, rakendades ruudukujulise põhjaga püstprisma ruumala valemit:

$$V = Sp \times h;$$

$$V = (a - 8)^2 \times h,$$

$$\text{kuna } V = 324, \text{ siis } (a - 8)^2 \times 4 = 324 / \div 4 \Rightarrow (a - 8) = 81$$

$$a^2 - 16a + 64 - 81 = 0$$

$$a^2 - 16a - 17 = 0$$

$$a = 8 \pm \sqrt{64 + 17} = 8 \pm 9$$

$$a_1 = -1$$

$$\text{või } a_2 = 17$$

$$a_1 = -1 \text{ ei sobi } \Rightarrow a = 17 \text{ (cm)}$$

$$\text{Kontroll: } (17 - 8)^2 \times 4 = 9^2 \times 4 = 81 \times 4 = 324$$

$$\text{Vastus: } \text{metallplaat oli mõõdetega } 17\text{cm} \times 17\text{cm}$$

**296** Osaliselt analüüsida ülesannet 295. Olgu metallplaadi külg esialgu  $a$ . Saame võrrandi

$$a^2 - 4 \times 3^2 = 288$$

$$a^2 - 36 = 288$$

$$a^2 = 324$$

$$a = \sqrt{324} = 18\text{cm}$$

siin jätsin  $a = -\sqrt{324}$  kohe välja kui mitted sobiva.

$$\text{Kontroll: } 18^2 - 4 \times 3^2 = 324 - 36 = 288$$

$$\text{Vastus: } \text{metallplaadi külg oli algul } 18 \text{ cm.}$$

**297** Analüüsida 295 ja 296. Olgu äralõigatavate ruutude küljed  $x \Rightarrow$

$$(16 - 2x)(10 - 2x) = 72$$

$$160 - 32x - 20x + 4x^2 = 72$$

$$4x^2 - 52x + 88 = 0 / \div 4 \Rightarrow x^2 - 13x + 22 = 0$$

$$x = 6,5 \pm \sqrt{42,25 - 22} = 6,5 \pm \sqrt{20,25} = 6,5 \pm 4,5$$

$$x_1 = 2 \text{ või } x_2 = 11$$

$$x_2 = 11 \text{ ei sobi, sest } 2x < 10 \Rightarrow x > 5 \text{ (cm)} \Rightarrow x = 2 \text{ (cm)}$$

$$\text{Kontroll: } (10 - 4)(16 - 4) = 6 \times 12 = 72(\text{cm}^2)$$

Vastus: eemaldatud ruutude küljed on 2cm

**298** Analüüsida ülesandeid 297, 295

**299** Olgu restis  $x$  rida. Kui 1 rida ära võeti, jäi munadega kaetud resti osa ristkülikukujuliseks külgedega

$$x \text{ ja } x-1 \Rightarrow$$

$$x(x-1) = 132$$

$$x^2 - x - 132 = 0$$

$$x = 0,5 \pm \sqrt{132,25} = 0,5 \pm 11,5$$

$$x_1 = -11 \text{ või } x_2 = 12$$

$$x_1 = -11 \text{ ei sobi} \Rightarrow x_2 = 12$$

Kontroll:  $12(12-1) = 12 \times 11 = 132$

Munade arv on algul  $x^2 = 12^2 = 144$

Vastus: reas oli 12 muna

**300** Olgu vaibaserva kaugus seinast

$$x \Rightarrow (10-2x)(12-2x) = \frac{2}{3} \times 10 \times 12$$

$$120 - 20x - 24x - 4x^2 = \frac{2 \times 10 \times 12^4}{3}$$

$$4x^2 - 44x + 120 = 80$$

$$4x^2 - 44x + 40 = 0 / \div 4$$

$$x^2 - 11x + 10 = 0$$

$$x = 5,5 \pm \sqrt{30,25 - 10} = 5,5 \pm \sqrt{20,25} = 5,5 \pm 4,5$$

$$x_1 = 1 \text{ või } x_2 = 10$$

$$x_2 = 10 \text{ ei sobi} \Rightarrow x = 1 \text{ (m)}$$

Kontroll:  $(10-2)(12-2) = \frac{2}{3} \times 10 \times 12$

$$8 \times 10 = \frac{2 \times 10 \times 12^4}{3}$$

$$80 = 80$$

Vastus: vaiba serv on toa seinast 1m kaugusel.

**301** Analüüsida ülesannet 300

**302** Analüüsida ülesandeid 300 ja 301

**303** Soovitav

**304** Olgu tee laius  $x$ , siis tee poolt hõivatud pindala on  $40x + 30x - x^2$  ja krundi pindala

$$S = 30 \times 40 = 12000(m^2) \Rightarrow 40x + 30x - x^2 = \frac{1}{2} \times 30 \times 40 - x^2 + 70x = \frac{30 \times 40}{2}$$

$$-x^2 + 70x - 600 = 0$$

$$x^2 - 70x + 600 = 0$$

$$x = 35 \pm \sqrt{1225 - 600} = 35 \pm \sqrt{625}$$

$$x = 35 \pm 25$$

$$\Rightarrow x_1 = 10 \text{ või } x_2 = 60$$

Viimane lahend ei sobi  $\Rightarrow x = 10(m)$

Kontroll:  $40 \times 10 + 30 \times 10 - 10^2 = 600$

Vastus: teede laius on 10 m

**305** Olgu ristküliku laius  $a$  ja pikkus  $b \Rightarrow$

$$\begin{cases} 2a + b = 144 \\ ab = 1600 \end{cases}$$

$$b = 144 - 2a \Rightarrow a(144 - 2a) = 1600$$

$$144a - 2a^2 - 1600 = 0 \div (-2)$$

$$a^2 - 57a + 800 = 0$$

$$a = 28,5 \pm \sqrt{812,25 - 800} = 28,5 \pm \sqrt{12,25}$$

$$a = 28,5 \pm 3,5 \Rightarrow a_1 = 25 \text{ või } a_2 = 32$$

1) Kui  $a = 25$ , siis  $b = 114 - 2a = 114 - 2 \times 25 = 64(m)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 25 \\ b = 64 \end{cases}$$

Kontroll:  $25 \times 64 = 1600(m^2)$

2) Kui  $a = 32$ , siis  $b = 114 - 64 = 50(m)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 32 \\ b = 50 \end{cases}$$

Kontroll:  $32 \times 50 = 1600(m^2)$

Vastus: Ristküliku mõõtmed on  $25m \times 64m$  või  $32m \times 50m$

**306** Olgu hulknurga nurkade arv  $n$ , siis  $\frac{n(n-3)}{2} = 54 \times 2$

$$n(n-3) = 108$$

$$n^2 - 3n - 108 = 0$$

$$n = 1,5 \pm \sqrt{2,25 + 108} = 1,5 \pm 10,5$$

$$n_1 = -9 \text{ või } n_2 = 12 \text{ (} n_1 \text{ ei sobi)}$$

$$n \Rightarrow 12$$

Vastus: külgi on 12

Külgede arv on ka  $n$

**E 471** Olgu arvud  $x$ ;  $x+2$  ja  $x+4$ , saame võrrandi

$$x + x + 2 + x + 4 = 114$$

$$3x + 6 = 114$$

$$3x = 108 / \div 3 \Rightarrow x = 36$$

Arvud on 36; 38 ja 40

Kontroll:  $36 + 38 + 40 = 114$

Vastus: need arvud on 36; 38; 40

NB! Oleksime võinud ka keskmiseks arvuks võtta  $x$ , siis

$$x - \cancel{2} + x + x - \cancel{2} = 114 \Rightarrow 3x = 114$$

jne oleks mõnevõrra lihtsam

P.S Need pole ruutvõrrandid!

**E 472; E 473; E 474; E 475; E 476** – täielik analoogia ülesannetega 269-276.

**E 477** Olgu üks osa  $x$ , teine osa on siis  $15 - x$  P.S on ühe osa ruut 4 korda suurem teisest osast.

$$\Rightarrow x^2 = 4(15 - x)$$

$$x^2 = 60 - 4x$$

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{4 + 60} = -2 \pm 8$$

$$\Rightarrow x_1 = -10 \text{ või } x_2 = 6$$

1) Kui  $x = -10$ , I osa., II osa on siis  $15 - x = 15 - (-10) = 15 + 10 = 25$

$$\Rightarrow \text{I osa on } -10, \text{ II osa on } 25$$

Kontroll:  $-10 + 25 = 15$

$$(-10)^2 = 100 = 4 \times 25 \Rightarrow \text{sobivad}$$

2) Kui  $x = 6$ , siis II osa on  $15 - 6 = 9$

Kontroll:  $6 + 9 = 15$

$$6^2 = 36 = 4 \times 9 \Rightarrow \text{sobivad}$$

Vastus: arv 15 osad on  $-10$  ja  $25$  või  $6$  ja  $9$

**E 478** Analüüsida ülesannet 477

**E 479** Olgu üks osa  $x$ , II osa on siis  $35 - x \Rightarrow$

$$x(35 - x) = 306 \Rightarrow 35x - x^2 - 306 = 0 \Rightarrow x^2 - 35x + 306 = 0$$

$$x = 17,5 \pm \sqrt{306,25 - 306} = 17,5 \pm \sqrt{0,25} = 17,5 \pm 0,5$$

$$\Rightarrow x_1 = 17 \text{ või } x_2 = 18$$

1) Kui  $x = 17$ , siis II arv on  $35 - x = 35 - 17 = 18$

$$\Rightarrow \text{arvud on } 17 \text{ ja } 18$$

Kontroll:  $17 \times 18 = 306$

2) Kui  $x = 18$  ja II arv on  $35 - x = 35 - 18 = 17$

$$\Rightarrow \text{arvud on } 18 \text{ ja } 17. \text{ Sisuliselt on see sama, arvud on lihtsalt ära vahetatud.}$$

Vastus: arvu 35 osad on  $17$  ja  $18$

**E 480** Olgu osad  $x$  ja  $42 - x$ , saame võrrandi



$$x^2 + (42 - x)^2 = 890$$

$$x^2 + 42^2 - 2 \times 42x + x^2 = 890$$

$$2x^2 - 84x + 1764 - 890 = 0$$

$$2x^2 - 84x + 874 = 0 / \div 2$$

$$x^2 - 42x + 437 = 0$$

$$x = 21 \pm \sqrt{441 - 437} = 21 \pm \sqrt{4} = 21 \pm 2$$

$$x_1 = 19 \text{ või } x_2 = 23$$

1) Kui  $x = 19$ , siis II osa on  $42 - 19 = 23 \Rightarrow$  I arv on 19 ja II arv on 23

2) Kui  $x_2 = 23$ , analüüsida E 480, arvud vahetuvad

Vastus: osad on 19 ja 23

**307** Olgu ruudu külge  $x$ . Ruudu puhul  $\dot{U} = 4x$  ja  $S = x^2 \Rightarrow \dot{U} = S$

$$4x = x^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x_1 = 0 \text{ või } x_2 = 4$$

$$x_1 = 0 \text{ ei sobi } \Rightarrow x = 4(m)$$

Kontroll:  $\dot{U} = 4x = 4 \times 4 = 16(cm)$

$$S = x^2 = 4^2 = 16(m^2)$$

Vastus: ruudu külge peab olema  $4cm$

**E 495** Olgu väiksem arv  $x$ , suurem on siis  $x + 8$ . Kui väiksemat arvu suurendada 3 võrra, saama  $x + 3$ . Kui suuremat vähendada 10 võrra, saame  $x + 8 - 10 = x - 2$

$$P.S (x + 3)(x - 2) = x^2$$

$$\cancel{x^2} - 2x + 3x - 6 = \cancel{x^2}$$

$$x - 6 = 0$$

$$x = 6 \Rightarrow \text{suurem arv on } x + 8 = 6 + 8 = 14 \Rightarrow \text{esialgsed arvud on 6 ja 14}$$

Kontroll:  $(6 + 3)(14 - 10) = 9 \times 4 = 36 = 6^2$

Vastus: esialgsed arvud on 6 ja 14

**E 496** Analüüsida E 495-ga

**E 497** Olgu poja vanus praegu  $x$ , isa on siis  $58 - x$ . 5 aastat tagasi oli poeg,  $x - 5$  aastat vana ja isa  $58 - x - 5$  aastat vana. Kuna isa oli 5 aastat tagasi pojast 3 korda vanem, siis

$$58 - x - 5 = 3(x - 5)$$

$$53 - x = 3x - 15$$

$$4x = 68 / \div 4$$

$$x = 17(\text{aastat})$$

Kontroll: isa vanus on  $58 - 17 = 41$  (aastat)

$$41 - 5 = 36 = 3(17 - 5)$$

Vastus: poeg on 17 a

**E 498** Analüüsige 497-ga

**E 505** Olgu ruudu külge  $x$ , saadudristkülikuküljed on siis  $x - 4$  ja  $x + 3$

$$\Rightarrow (x - 4)(x + 3) + 25 = x^2$$

$$x^2 + 3x - 4x - 12 + 25 = x^2$$

$$-x + 13 = 0$$

$$x = 13(\text{cm})$$

Kontroll:  $(13 - 4)(13 + 3) + 25 = 13^2$

$$9 \times 16 + 25 = 169$$

$$144 + 25 = 169$$

$$169 = 169$$

Vastus: ruudu külge on 13cm

**E 506** Analoogia E 505

### **314 Lahenda võrrandisüsteemid**

**314/a**

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - 10xy + 2y = -6 \\ 3x - 7y = 0 \end{cases}$$

Kasutame jälle asendusvõtet, avaldame teisest  $x$ -i ja asendame siis  $x$ -i esimeses võrrandis.

$$3x = 7y \Rightarrow x = \frac{7y}{3}$$

Asendame

$$3\left(\frac{7y}{3}\right)^2 + 3y^2 - 10\frac{7y}{3}y + 2y = -6$$

$$\frac{\cancel{3} \times 49y^2}{\cancel{3}} + 3y^2 - \frac{10 \times 7y^2}{3} + 2y + 6 = 0 \times 3 \Rightarrow 49y^2 + 9y^2 - 70y^2 + 6y + 18 = 0$$

$$-12y^2 + 6y + 18 = 0 \div (-6) \Rightarrow 2y^2 - y - 3 = 0$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4}$$

$$y_1 = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$y_2 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$y_1 = -1 \quad \text{või} \quad y_2 = 1\frac{1}{2}$$

$$x_1 = \frac{7 \times (-1)}{3} = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{7 \times \frac{3}{2}}{3} = \frac{7 \times 3}{2 \times 3} = \frac{7 \times 3}{2} \div 3 = \frac{7 \times 3}{2 \times 3} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = -2\frac{1}{3} \\ y_1 = -1 \end{cases} \quad \text{või} \quad \begin{cases} x_2 = 3\frac{1}{2} \\ y_2 = 1\frac{1}{2} \end{cases}$$

Nüüd tuleb kontrollida lahendeid, mis nagu võrrandist I näha, on õige vaevarikas, sest võrrand on keeruline ja lahendid murrud. Arvan, et eksamil nii rasket süsteemi ei anta.

\*) Võrrandisüsteemi kasutamine tekstülesannete lahendamisel.

1) **Tüüpülesanne.** Leia kaks arvu, mille summa on 13 ja korrutis 40.

$$\text{Olgu need arvud } x \text{ ja } y \Rightarrow \begin{cases} x + y = 13 \\ x \times y = 40 \end{cases}$$

(seda tüüpi võrrandisüsteemi lahendasime juba 313/a jt 313 ülesanded).

Avaldame I-st x-i (või y-i) ja asendame x-i või y-i II -s võrrandis

$$x = 13 - y \Rightarrow y(13 - y) = 40$$

$$13y - y^2 = 40$$

$$-y^2 + 13y - 40 = 0 / \div (-1)$$

$$y^2 - 13y + 40 = 0$$

$$y = 6,5 \pm \sqrt{42,25 - 40} = 6,5 \pm 1,5 \Rightarrow$$

$$y_1 = 5 \quad \text{või} \quad y_2 = 8$$

$$x_1 \text{ ja } x_2 \text{ leiame valemist } x = 13 - y \Rightarrow x_1 = 13 - 5 = 8 \text{ ja } x_2 = 13 - 8 = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 8 \\ y_1 = 5 \end{cases} \quad \text{või} \quad \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = 8 \end{cases}$$

Kontroll:

$$1) \text{ Kui } \begin{cases} x_1 = 8 \\ y_1 = 5 \end{cases} \quad 8 + 5 = 13 \quad 8 \times 5 = 40$$

(NB! Teksti järgi)

$$2) \text{ Kui } \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = 8 \end{cases} \quad 5 + 8 = 13 \quad \text{ja} \quad 5 \times 8 = 40$$

Vastus: need arvud on 5 ja 8 (või 8 ja 5)

NB! Näeme, et tegemist on ühe ja sama arvupaariga 5 ja 8, ainult teisel juhul on arvude kohad vahetatud (8 ja 5). Kui me oleks algselt tähistanud, et olgu I arv  $x$  ja II arv  $y$ , siis oleksime saanud vastuolu, aga nüüd ei ole järjekord oluline.

$$315 \text{ Olgu arvud } x \text{ ja } y \Rightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ x^2 + y^2 = 106 \end{cases}$$

Avaldame  $x$ -i I-st ja asendame II-s

$$x = 14 - y \Rightarrow (14 - y)^2 + y^2 = 106$$

$$196 - 28y + y^2 + y^2 - 106 = 0$$

$$2y^2 - 28y + 90 = 0 / \div 2$$

$$y^2 - 14y + 45 = 0$$

$$y = 7 \pm \sqrt{49 - 45} = 7 \pm \sqrt{4} = 7 \pm 2 \Rightarrow$$

$$y_1 = 5 \quad \text{või} \quad y_2 = 9$$

$$x_1 \text{ ja } x_2 \text{ leiame valemist } x = 14 - y \Rightarrow$$

$$x_1 = 14 - 5 = 9$$

$$x_2 = 14 - 9 = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ y_1 = 9 \end{cases} \quad \text{või} \quad \begin{cases} x_2 = 9 \\ y_2 = 5 \end{cases}$$

Analoogiliselt eelmisele ülesandele näeme, et tegemist on ühe ja sama arvupaariga (5 ja 9).

Seepärast pole eraldi lahendina 9 ja 5 välja tuua, s.t

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 9 \end{cases}$$

Kontroll:  $5 + 9 = 14$  ja  $5^2 + 9^2 = 25 + 81 = 106$

Vastus: need arvud on 5 ja 9

**316** Täpselt analoogiline ülesanne kui 315

**317** Olgu aknaava mõõtmed  $x$  ja  $y$

Võrrandisüsteemi koostamiseks kasutan ristküliku übermõõdu ja pindala valemeid:

$$Ü = 2(x + y)$$

$$S = xy$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x + y) = 26 / \div 2 \\ xy = 40 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 13 \\ xy = 40 \end{cases}$$

Saime võrrandisüsteemi, mis on lahendatud tüüpülesandes 1.

Vastus: mõõtmed on  $5dm \times 8dm$

**318** I lahendus. Olgu kolmnurga kaatedid

$$x \text{ ja } y \Rightarrow \begin{cases} x - y = 7 \\ \frac{x \times y}{2} = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 7 \\ xy = 60 \end{cases}$$

$$x = y + 7 \Rightarrow (y + 7)y = 60 \Rightarrow y^2 + 7y - 60 = 0$$

$$y = -3,5 \pm \sqrt{12,25 + 60} = -3,5 \pm \sqrt{72,25} = -3,5 \pm 8,5$$

$$y_1 = -12 \text{ ei sobi} \Rightarrow y = 5(cm)$$

$$x = y + 7 \Rightarrow x = 5 + 7 = 12(cm) \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$$

Kontroll: 1)  $12 - 5 = 7$

$$2) \frac{5 \times 12}{2} = 30$$

Vastus: kolmnurga kaatedid on  $5cm$  ja  $12cm$

II lahendus(vt joonis 2). Olgu kolmnurga üks kaatet  $x$ , teine on siis  $x+7$ , kolmnurga pindala on siis  $\frac{x(x+7)}{2} = 30$ , saime ruutvõrrandi  $x$ -i suhtes, kust leiamegi  $x$ -i.

$$x(x+7) = 60$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$x = -3,5 \pm \sqrt{12,25 + 60} = -3,5 \pm 8,5$$

$$x_1 = -12 \text{ või } x_2 = 5$$

$$x_1 \text{ ei sobi} \Rightarrow x = 5(\text{cm})$$

$$\text{II kaatet on } x+7 = 5+7 = 12(\text{cm})$$

Kontroll: 1)  $12 - 5 = 7(\text{cm})$

2)  $\frac{5 \times 12}{2} = 30(\text{cm}^2)$

Vastus: kolmnurga kaatetid on  $5\text{cm}$  ja  $12\text{cm}$

NB! Tee, kuidas sulle lihtsam tundub, mina eelistaksin II lahendust.

**319** Olgu isa vanus  $x$  ja poja vanus  $y \Rightarrow x + y = 48$ . Nelja aasta pärast oleks isa vanus  $x + 4$  ja poja vanus  $y + 4$ , kuna isa on 4 aasta pärast pojast 3 korda vanem, saame võrrandi  $x + 4 = 3(y + 4)$ . Neist kahest võrrandist saame süsteemi:

$$\begin{cases} x + y = 48 \\ x + 4 = 3(y + 4) \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 48 / \times (-1) \\ x + 4 = 3y + 12 \end{cases}$$

I lahendus - See on lineaarvõrrandisüsteem, mille lahendan liitmisvõttega.

$$\begin{array}{l} + \begin{cases} -x - y = -48 \\ x + 4 = 3y + 12 \end{cases} \\ \hline -y + 4 = -48 + 3y + 12 \end{array}$$

$$-4y = -48 + 12 - 4$$

$$-4y = -40 / \div (-1)$$

$$y = 10$$

$x$ -i leian I-st võrrandist

$$x + y = 48 \Rightarrow x + 10 = 48 \Rightarrow$$

$$x = 48 - 10 \Rightarrow x = 38$$

$$\text{ja } \begin{cases} x = 38 \\ y = 10 \end{cases}$$

Kontroll: 1)  $38 + 10 = 48$

$$2) 38 + 4 = 3(10 + 4) \Rightarrow 42 = 3 \times 14$$

Vastus: isa on 38 ja poeg 10 aastane.

NB! Ka siin saaks ilma võrrandisüsteemita (st ainult ühe tundmatuga) hakkama.

II lahendus – Olgu isa vanus, poeg on siis  $48 - x$ , nelja aasta pärast on isa vanus , poja vanus

$$48 - x + 4 = 52 - x \Rightarrow x + 4 = 3(52 - x)$$

$$x + 4 = 156 - 3x$$

$$4x = 152$$

$$x = 38(a)$$

$$\text{Poja vanus on } 48 - x = 48 - 38 = 10 \text{ (aastat)}$$

Jällegi on valik Sinu, mina eelistaksin II lahendust kui lühemat.

**320** Ristkülikukujulist papist tükki on võimalik lõigata, kui lähteandmetest koostatud võrrandisüsteemil on kaks lahendit või üks lahend; kui lahendid puuduvad, pole see võimalik.

Olgu ristküliku mõõtmed  $x$  ja  $y$ . Koostame võrrandisüsteemi

1) Kui  $\dot{U} = 20\text{cm}$  ja  $S = 25\text{cm}^2$

$$\begin{cases} 2(x + y) = 20 / \div 2 \\ xy = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 24 \end{cases}$$

$$x = 10 - y$$

$$(10 - y)y = 24$$

$$10y - y^2 = 24$$

$$-y^2 + 10y - 24 = 0 / \times (-1) \Rightarrow y^2 - 10y + 24 = 0$$

$$y = 5 \pm \sqrt{25 - 24} = 5 \pm \sqrt{1} = 5 \pm 1$$

$$y_1 = 4 \text{ või } y_2 = 6$$

Vastus: kuna siin ei ole küsitud papitüki mõõtmeid, siis on vastus, et võib.

2) Kui  $\dot{U} = 20\text{cm}$  ja  $S = 25\text{cm}^2$ , näeb võrrandisüsteemist saadud

ruutvõrrand välja nii:

$$y^2 - 10y + 25 = 0$$

$$y = 5 \pm \sqrt{25 - 25} = 5 \pm 0$$

$$y_1 = 5 \text{ või } y_2 = 5 \Rightarrow$$

$$\text{ka } x_1 = 5 \text{ ja } x_2 = 5$$

$$\text{st } \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases}$$

Papitükk on siis ruudukujuline, aga kuna ruun on ristküliku erijuhtum, siis järelikult saab ka.

3) Kui  $Ü = 20\text{cm}$  ja  $S = 30\text{cm}^2$

$$y^2 - 10y + 30 = 0, \text{ siin } D < 0 \Rightarrow \text{vahendid puuduvad, ei saa}$$

**347** Olgu üks osa  $x$ , teine osa on siis

$$22 - x \Rightarrow x^2 = 22 - x + 88$$

$$x^2 = 110 - x$$

$$x^2 + x - 110 \Rightarrow$$

$$x = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 110} = -0,5 \pm \sqrt{110,25} = -0,5 \pm 10,5$$

$$\Rightarrow x_1 = -11 \text{ või } x_2 = 10$$

1) Kui üks osa on  $-11$ , siis teine osa on  $22 - x = 22 - (-11) = 22 + 11 = 33$

2) Kui üks osa on  $10$ , siis teine osa on  $22 - 10 = 12$

Kontroll: 1) Kui osad on  $-11$  ja  $33$ , siis  $(-11)^2 - 33 = 121 - 33 = 88$

2) Kui osad on  $10$  ja  $12$ , siis  $10^2 - 12 = 100 - 12 = 88$

Vastus: need osad on  $-11$  ja  $33$  või  $10$  ja  $12$

**357** Olgu väiksema ruudu külge  $x$ , suurema ruudu külge on siis  $20 - x$

$$\Rightarrow (20 - x)^2 - x^2 = 40$$

$$400 - 40x + \cancel{x^2} - \cancel{x^2} = 40$$

$$40x = 360$$

$$x = 9(\text{cm})$$

Suurema ruudu külge on

$$20 - x = 20 - 9 = 11(\text{cm})$$

Kontroll:  $11^2 - 9^2 = 121 - 81 = 40(\text{cm}^2)$

Vastus: need osad on  $9$  ja  $11 \text{ cm}$

**358** Ülesande tingimuste kohaselt saame võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ \frac{xy}{2} = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ xy = 50 \end{cases}$$

$$y = 14 - x \Rightarrow x(14 - x) = 50$$

$$14x - x^2 = 50$$

$$-x^2 + 14x - 50 = 0$$

$$x^2 - 14x + 50 = 0$$



$$x = 7 \pm \sqrt{49 - 50}$$

$$D < 0$$

järelikult võrrandil lahendid puuduvad, st et sel juhul kolmnurga pindala ei saa olla  $25\text{cm}^2$

**361** Teatavasti saab iga kahekohalist arvu esitada kujul  $10x + y$ , kus  $x$  on kümneliste arv (number) ja  $y$  on üheliste arv (number) selles arvus ( $x > 0$  ja  $y \geq 0$ )

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ xy = \frac{1}{3}(10x + y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ 3xy = 10 + y \end{cases}$$

$$\text{Asendame } 3x(x + 2) = 10x + x + 2$$

$$3x^2 + 6x - 10x - x - 2 = 0$$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6}$$

$$x_1 = -\frac{1}{3} \text{ või } x_2 = 2$$

$$x_1 = -\frac{1}{3} \text{ ei sobi, kuna } x \text{ ja } y \text{ peavad olema naturaalarvud} \Rightarrow x = 2$$

$y$  -i leiame I-st:

$$y = x + 2 \Rightarrow y = 2 + 2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

ja otsitav arv oleks 24.

Kontroll: 1)  $4 - 2 = 2$

2)  $2 \times 4 = \frac{1}{3} \times 24$

$$8 = \frac{24}{3}$$

$$8 = 8$$

Vastus: otsitav kahaekohaline arv on 24.

### Tehted hulkliikmetega (Alg. murdude taandamine)

**362** Lihtsusta avaldis:  $4a^3 \times 3a^5 = 12a^8$

c)  $7c^2 \times (-5c^3) = -35c^5$

e)  $-4xy^2 \times 3x^2y^2 = -12x^3y^4$

m)  $\left(-\frac{3xy^2}{a^3}\right)^2 = \frac{9x^2y^4}{a^6}$

**363** Lihtsusta avaldis

a)  $\frac{\cancel{10}^2 \cancel{a^5}^2 \cancel{b^2}}{\cancel{5}^2 \cancel{a^2} \cancel{b}} = 2ab$

c)  $\frac{\cancel{6}^3 \cancel{x^2}^2 \cancel{y^2}^2 z^2}{\cancel{-2}^2 \cancel{xy}^2} = -3x^2z^2$

e)  $\frac{\cancel{21}^3 \cancel{a^{10}}^2 \cancel{b^8}^2 \cancel{c^6}}{\cancel{35}^5 \cancel{a^2}^2 \cancel{b^5}^2 \cancel{c^7}} = \frac{3a^8b^2}{5c}$

**366** Korruta ja korrasta saadud hulkliige

a)  $2a(4ab^2 - 3b) = 8a^2b^2 - 6ab$

d)  $(2a^2 + 3a - 4)(-3a^2) = -6a^4 - 9a^3 + 12a^2$

g)  $(-3a^4)(3 - a^2 - a) = -9a^4 + 3a^6 + 3a^5 = 3a^6 + 3a^5 - 9a^4$

**368** Lihtsusta avaldis

a)  $x(x - y) + y(x + z) + z(z - y) = x^2 - \cancel{xy} + \cancel{xy} + yz + z^2 - yz = x^2 + z^2$

c)  $3m^3(2n^2)^2 + 5m^3n^4 = 12m^3n^4 + 5m^3n^4 = 17m^3n^4$

**372** Leia jagatis

a)  $\frac{21u^2v - 14uv^2}{7uv} = \frac{\cancel{21}^3 \cancel{u^2}^2 \cancel{v}}{\cancel{7}^1 \cancel{u} \cancel{v}} - \frac{\cancel{14}^2 \cancel{u} \cancel{v^2}}{\cancel{7}^1 \cancel{u} \cancel{v}} = 3u - 2v$

teine lahendus  $\frac{21u^2v - 14uv^2}{7uv} = \frac{\cancel{7}^1 \cancel{uv} (3u - 2v)}{\cancel{7}^1 \cancel{uv}} = 3u - 2v$

$$f) \frac{2a^6 + 3a^5 - 6a^4}{6a^4} = \frac{\cancel{2a^6}^{\cancel{a^2}}}{\cancel{6a^4}_3} + \frac{\cancel{3a^5}^{\cancel{a}}}{\cancel{6a^4}_2} - \frac{\cancel{6a^4}}{\cancel{6a^4}} = \frac{a^2}{3} + \frac{a}{2} - 1$$

**374** Korruta hulkliikmed ja lihtsusta avaldis

a)  $(2x - 3)(4x - 2) = 8x^2 - 4x - 12x + 6 = 8x^2 - 16x + 6$

c)  $(x - 1)(x - 2) = x^2 - 2x - x + 2 = x^2 - 3x + 2$

**375/b** Leia avaldise väärtus, kui  $x = \frac{3}{2}$

Lahendus. Enne lihtsustame avaldise

$$5x(z - 1) - x(5x - 7) = \cancel{5x^2} - 5x - \cancel{5x^2} + 7x = 2x = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

NB! Kui oleksime kohe  $x$ -i asendanud, oleksime pidanud sooritama pika ja raske arvutamise.

**379** Lihtsusta avaldis, kasutades hulkliikmete korrutamise valemeid.

a)  $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$

b)  $(3 + 2x)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

f)  $(2u - 3v)^2 = 4u^2 - 12uv + 9v^2$

g)  $(t + 2)(t^2 - 2t + 4) = t^3 + 2^3 = t^3 + 8$

e)  $(2x - 3)(3 + 2x) = (2x + 3)(2x - 3) = 4x^2 - 9$

i)  $(y - 1)(y^2 + y + 1) = y^3 - 1$

j)  $(b + 1)^3 = b^3 + 3b^2 + 3b + 1$

n)  $(1 - 2x)^3 = 1 - 3 \times 2x + 3 \times 4x^2 - (2x)^3 =$   
 $1 - 6x + 12x^2 - 8x^3 = -8x^3 + 12x^2 - 6x + 1$

**380** Tegurda hulkliige (NB! kasutan abivalemeid)

a)  $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$

b)  $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

d)  $a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2$

f)  $a^3 + 4a + 4 = (a + 2)^2$

i)  $27 + x^3 = 3^3 + x^3 = (3 + x)(9 - 3x + x^2)$

j)  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x + 2)^3$

n)  $27 - 27x + 9x^2 - x^3 = (3 - x)^3$

**382** Taanda hulkliige, selleks too ühine tegur sulgude ette.

$$\text{a) } 3x^2 + 6x + 3 = 3 = 3(x^2 + 2x + 1) = 3(x + 1)^2$$

$$\text{b) } 5a^2 - 10a + 5 = 5(a^2 - 2a + 1) = 5(a - 1)^2$$

$$\text{d) } -x^2 - 10x - 25 = -(x^2 + 10x + 25) = -(x + 5)^2$$

$$\text{g) } 3u^2 - 12u = 3u(u - 4)$$

$$\text{h) } 6 - 24x^2y^2 = 6(1 - 4x^2y^2) = 6(1 - 2xy)(1 + 2xy)$$

$$\text{j) } 5x^5 - 20x^3y^2 = 5x^3(x^2 - 4y^2) = 5x^3(x + 2y)(x - 2y)$$

$$\text{k) } a^2x^2 - 2a^2xb + a^2b^2 = a^2(x^2 - 2xb + b^2) = a^2(x - b)^2$$

$$\text{l) } -at^2 - 2at - a = -a(t^2 + 2t + 1) = -a(t + 1)^2$$